M-2015

1481396

Subject: Mathematics

[Booklet Number]

Duration : Two Hours

Maximum Marks :100

Instructions

1. This question paper contains all objective questions divided into three categories.
2. Category-I : Comprises of Q.1 to Q.60 carrying one mark each, for which only one option is correct.
   Category-II : Comprises of Q.61 to Q.70 carrying two marks each, for which only one option is correct.
   Category-III : Comprises of Q.71 to Q.80 carrying two marks each, for which one or more than one options may be correct.
3. For questions in Category-I or Category-II, incorrect answers will carry NEGATIVE marks. For Category-I, 1/4 mark will be deducted for each wrong answer. For Category-II, 1/2 mark will be deducted for each wrong answer.
4. Category-III questions will not carry any negative mark. Against the number of correct options indicated, a maximum of two marks will be awarded on pro rata basis. However, marking of any wrong option will lead to award of zero mark against the question irrespective of the number of correct options indicated.
5. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble (marked A, B, C, D) against the question number on the respective left hand columns.
6. The OMRs will be processed by electronic means. Hence, invalidation of Answer Sheet due to folding or putting stray marks on it or any damage to the Answer Sheet as well as incomplete/incorrect filling of the Answer Sheet will be the sole responsibility of the candidate.
7. Answers without any response will be awarded zero mark. **For Category-I or Category-II, more than one response will be treated as incorrect answer** and negative marks will be awarded for the same.
8. Write your roll number, name and question booklet number only at the specified locations of the **OMR**.
9. Use only **Black/Blue Ball Point Pen** to mark the answers by complete filling up of the respective bubbles.
10. **Mobile phones, Calculators, Slide Rules, Log Tables and Electronic Watches with facilities of Calculator, Charts, Graph sheets or any other form of Tables are NOT allowed** in the examination hall. Possession of such devices during the examinations shall lead to cancellation of the paper besides seizing of the same.
11. Mark the answers only in the space provided. Please do not make any stray mark on the OMR.
12. Rough work must be done on the question paper itself. Additional blank pages are given at the end of the question paper for rough work.
13. This question paper contains **32** printed pages including pages for rough work. Please check all pages and report, if there is any discrepancy.
14. Hand over the OMR to the Invigilator before leaving the Examination Hall.

Space for Rough Work

MATHEMATICS

Category I (Q1 to Q60)

Each question has one correct option and carries 1 mark, for each wrong answer 1/4 mark will be deducted.

প্রতিটি প্রশ্নের একটি উত্তর সঠিক এবং প্রাপ্য নম্বর **1**, ভুল উত্তরের জন্য **1/4** নম্বর কাটা যাবে।

1. In a certain town, 60% of the families own a car, 30% own a house and 20% own both a car and a house. If a family is randomly chosen, what is the probability that this family owns a car or a house but not both?

(A) 0.5 (B) 0.7 (C) 0.1 (D) 0.9

একটি শহরে 60% পরিবারের গাড়ি আছে, 30% পরিবারের বাড়ি আছে এবং 20% পরিবারের গাড়ি এবং বাড়ি দুটিই আছে। যদি যে কোন একটি পরিবারকে যদৃচ্ছ ভাবে নির্বাচন করা হয় তবে পরিবারটির গাড়ি থাকবে অথবা বাড়ি থাকবে কিন্তু দুটিই থাকবেনা -এই সম্ভাবনা (probability) হবে

(A) 0.5 (B) 0.7 (C) 0.1 (D) 0.9

2. The letters of the word COCHIN are permuted and all the permutations are arranged in alphabetical order as in English dictionary. The number of words that appear before the word COCHIN is

(A) 360 (B) 192 (C) 96 (D) 48

COCHIN শব্দের অক্ষর গুলিকে বিন্যাস করে ইংরাজি অভিধানের বর্ণক্রম অনুসারে সাজানো হলে COCHIN শব্দের আগে কতগুলি শব্দ আসবে?

(A) 360 (B) 192 (C) 96 (D) 48

3. Let $f : R \to R$ be a continuous function which satisfies $f(x) = \int_0^x f(t)dt$. Then the value of $f(\log_e 5)$ is

(A) 0 (zero) (B) 2 (C) 5 (D) 3

$f : R \to R$ একটি সন্তত অপেক্ষক হলে এবং $f(x) = \int_0^x f(t)dt$ হলে $f(\log_e 5)$ =

(A) 0 (শূন্য) (B) 2 (C) 5 (D) 3

4. The value of $\lim_{x\to 2}\int_2^x \frac{3t^2}{x-2}dt$ is

(A) 10 (B) 12 (C) 8 (D) 16

$\lim_{x\to 2}\int_2^x \frac{3t^2}{x-2}dt$ -র মান হল

(A) 10 (B) 12 (C) 8 (D) 16

5. If $\cot\frac{2x}{3}+\tan\frac{x}{3}=\operatorname{cosec}\frac{kx}{3}$, then the value of k is

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) -1

যদি $\cot\frac{2x}{3}+\tan\frac{x}{3}=\operatorname{cosec}\frac{kx}{3}$ হয়, তবে k =

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) -1

6. If $\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$, then the value of $\sqrt{4\cos^4\theta+\sin^2 2\theta}+4\cot\theta\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$ is

(A) $-2\cot\theta$ (B) $2\cot\theta$ (C) $2\cos\theta$ (D) $2\sin\theta$

যদি $\theta\in\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ হয়, তবে $\sqrt{4\cos^4\theta+\sin^2 2\theta}+4\cot\theta\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$ =

(A) $-2\cot\theta$ (B) $2\cot\theta$ (C) $2\cos\theta$ (D) $2\sin\theta$

7. The number of real solutions of the equation $(\sin x - x)(\cos x - x^2)=0$ is

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

$(\sin x - x)(\cos x - x^2)=0$ সমীকরণের বাস্তব বীজের সংখ্যা হল

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

8. The value of λ, such that the following system of equations has no solution, is

$$2x-y-2z=2$$
$$x-2y+z=-4$$
$$x+y+\lambda z=4$$

(A) 3 (B) 1 (C) 0 (zero) (D) -3

$$2x-y-2z=2$$
$$x-2y+z=-4$$
$$x+y+\lambda z=4$$

উপরের সমীকরণত্রয়ের সমাধান পাওয়া যাবে না যদি λ -এর মান হয়

(A) 3 (B) 1 (C) 0 (শূন্য) (D) -3

9. If

$$f(x)=\begin{vmatrix} 1 & x & x+1 \\ 2x & x(x-1) & (x+1)x \\ 3x(x-1) & x(x-1)(x-2) & (x+1)x(x-1) \end{vmatrix}$$

Then $f(100)$ is equal to

(A) 0 (zero) (B) 1 (C) 100 (D) 10

যদি

$$f(x)=\begin{vmatrix} 1 & x & x+1 \\ 2x & x(x-1) & (x+1)x \\ 3x(x-1) & x(x-1)(x-2) & (x+1)x(x-1) \end{vmatrix}$$

হয়, তবে $f(100)=$

(A) 0 (শূন্য) (B) 1 (C) 100 (D) 10

10. Which of the following is not always true?

(A) $|\vec{a}+\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ if $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular to each other

(B) $|\vec{a}+\lambda\vec{b}| \geq |\vec{a}|$ for all $\lambda \in R$ if $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are perpendicular to each other

(C) $|\vec{a}+\vec{b}|^2 + |\vec{a}-\vec{b}|^2 = 2\left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2\right)$

(D) $|\vec{a}+\lambda\vec{b}| \geq |\vec{a}|$ for all $\lambda \in R$ if $\vec{a}$ is parallel to $\vec{b}$

নীচের কোন্‌টি সাধারণ ভাবে সত্য নয়?

(A) $|\vec{a}+\vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2$ যদি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ পরস্পর লম্ব হয়

(B) সকল বাস্তব $\lambda \in R$ -এর জন্য $|\vec{a}+\lambda\vec{b}| \geq |\vec{a}|$ হবে যদি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ পরস্পর লম্ব হয়

(C) $|\vec{a}+\vec{b}|^2 + |\vec{a}-\vec{b}|^2 = 2\left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2\right)$

(D) সকল বাস্তব $\lambda \in R$ -এর জন্য $|\vec{a}+\lambda\vec{b}| \geq |\vec{a}|$ হবে যদি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ পরস্পর সমান্তরাল হয়

11. If the four points with position vectors $-2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{j}-\hat{k}$ and $\lambda\hat{j}+\hat{k}$ are coplanar, then λ =

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) 0

যদি চারটি বিন্দু, যাদের অবস্থান ভেক্টর (position vectors) $-2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{j}-\hat{k}$ এবং $\lambda\hat{j}+\hat{k}$, সামতলিক (coplanar) হয় তবে λ =

(A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) 0

12. If $\sin^{-1}\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{4}-\frac{x^4}{8}+\dots\right)=\frac{\pi}{6}$ where $|x|<2$ then the value of x is

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{3}{2}$

যদি $\sin^{-1}\left(x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{4}-\frac{x^4}{8}+\dots\right)=\frac{\pi}{6}$ হয় যখন $|x|<2$, তবে x =

(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{3}{2}$

13. The area of the region bounded by the curve $y = x^3$, its tangent at (1, 1) and x-axis is

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{2}{17}$ (D) $\frac{2}{15}$

x অক্ষ, $y = x^3$ বক্ররেখা এবং (1, 1) বিন্দুতে ঐ বক্র রেখার স্পর্শক দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল হবে

(A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{2}{17}$ (D) $\frac{2}{15}$

14. If $\log_{0.2}(x-1)>\log_{0.04}(x+5)$ then

(A) $-1 < x < 4$ (B) $2 < x < 3$ (C) $1 < x < 4$ (D) $1 < x < 3$

যদি $\log_{0.2}(x-1)>\log_{0.04}(x+5)$ হয় তবে

(A) $-1 < x < 4$ (B) $2 < x < 3$ (C) $1 < x < 4$ (D) $1 < x < 3$

15. The number of real roots of equation $\log_e x+ex=0$

(A) 0 (zero) (B) 1 (C) 2 (D) 3

$\log_e x+ex=0$ সমীকরণের বাস্তব বীজের সংখ্যা হল

(A) 0 (শূন্য) (B) 1 (C) 2 (D) 3

16. For all real values of a_0, a_1, a_2, a_3 satisfying $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} = 0$, the equation $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 = 0$ has a real root in the interval

(A) [0, 1] (B) [-1, 0] (C) [1, 2] (D) [-2,-1]

a_0, a_1, a_2, a_3 -এর সকল বাস্তব মানের জন্য যদি $a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \frac{a_3}{4} = 0$ হয়, নিম্নলিখিত কোন বিস্তারে $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 = 0$ সমীকরণের একটি বাস্তব বীজ থাকবে?

(A) [0, 1] (B) [-1, 0] (C) [1, 2] (D) [-2,-1]

17. Let $f : R \to R$ be defined as

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ is irrational} \\ \sin|x|, & x \text{ is rational} \end{cases}$$

Then which of the following is true?

(A) f is discontinuous for all x

(B) f is continuous for all x

(C) f is discontinuous at $x = k\pi$, where k is an integer.

(D) f is continuous at $x = k\pi$, where k is an integer.

যদি $f : R \to R$ অপেক্ষকের সংজ্ঞা

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \text{ অমূলদ} \\ \sin|x|, & x \text{ মূলদ} \end{cases}$$

হয়, তবে নীচের কোন্‌টি সত্য?

(A) x -এর সকল মানের জন্য f অসন্তত

(B) x -এর সকল মানের জন্য f সন্তত

(C) $x = k\pi$ -এ f অসন্তত, যেখানে k একটি পূর্ণ সংখ্যা

(D) $x = k\pi$ -এ f সন্তত, যেখানে k একটি পূর্ণ সংখ্যা

18. If the vertex of the conic $y^2 - 4y = 4x - 4a$ always lies between the straight lines $x + y = 3$ and $2x + 2y - 1 = 0$ then

(A) $2 < a < 4$ (B) $-\frac{1}{2}<a<2$ (C) $0 < a < 2$ (D) $-\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2}$

যদি $y^2 - 4y = 4x - 4a$ কনিকের শীর্ষবিন্দু(vertex) সর্বদাই $x + y = 3$ এবং $2x + 2y - 1 = 0$ সরলরেখা দুটির অন্তর্বর্তী হয় তবে

(A) $2 < a < 4$ (B) $-\frac{1}{2}<a<2$ (C) $0 < a < 2$ (D) $-\frac{1}{2}<a<\frac{3}{2}$

19. Number of intersecting points of the conic $4x^2 + 9y^2 = 1$ and $4x^2 + y^2 = 4$ is

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0 (zero)

$4x^2 + 9y^2 = 1$ এবং $4x^2 + y^2 = 4$ কনিক দুটির ছেদ বিন্দুর সংখ্যা হল

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 0 (শূন্য)

20. The value of λ for which the straight line $\frac{x-\lambda}{3}=\frac{y-1}{2+\lambda}=\frac{z-3}{-1}$ may lie on the plane $x - 2y = 0$ is

(A) 2 (B) 0 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) there is no such λ

λ -র যে মানের জন্য $\frac{x-\lambda}{3}=\frac{y-1}{2+\lambda}=\frac{z-3}{-1}$ সরলরেখাটি $x - 2y = 0$ সমতলের উপরে থাকতে পারে, সেটি হল

(A) 2
(B) 0
(C) $-\frac{1}{2}$
(D) λ-র এরূপ কোন মান নেই

γ

21. If $f:[0,\pi/2)\to R$ is defined as

$$f(\theta)=\begin{vmatrix} 1 & \tan\theta & 1 \\ -\tan\theta & 1 & \tan\theta \\ -1 & -\tan\theta & 1 \end{vmatrix}$$. Then the range of f is

(A) $(2,\infty)$ (B) $(-\infty,-2]$ (C) $[2,\infty)$ (D) $(-\infty,2]$

$f:[0,\pi/2)\to R$ অপেক্ষকটি এইরূপে সংজ্ঞায়িত :

$$f(\theta)=\begin{vmatrix} 1 & \tan\theta & 1 \\ -\tan\theta & 1 & \tan\theta \\ -1 & -\tan\theta & 1 \end{vmatrix}$$

তবে f -এর প্রসার (range) হবে

(A) $(2,\infty)$ (B) $(-\infty,-2]$ (C) $[2,\infty)$ (D) $(-\infty,2]$

22. If A and B are two matrices such that $AB=B$ and $BA=A$, then A^2+B^2 equals

(A) 2AB (B) 2BA (C) A + B (D) AB

A এবং B দুটি এমন ম্যাট্রিক্স যাদের জন্য $AB=B$ এবং $BA=A$ । তবে $A^2+B^2=$

(A) 2AB (B) 2BA (C) A + B (D) AB

23. If ω is an imaginary cube root of unity, then the value of the determinant

$$\begin{vmatrix} 1+\omega & \omega^2 & -\omega \\ 1+\omega^2 & \omega & -\omega^2 \\ \omega+\omega^2 & \omega & -\omega^2 \end{vmatrix}$$ is

(A) -2ω (B) $-3\omega^2$ (C) -1 (D) 0 (zero)

যদি ω একের একটি অবাস্তব ঘনমূল হয় তবে

$$\begin{vmatrix} 1+\omega & \omega^2 & -\omega \\ 1+\omega^2 & \omega & -\omega^2 \\ \omega+\omega^2 & \omega & -\omega^2 \end{vmatrix} =$$

(A) -2ω (B) $-3\omega^2$ (C) -1 (D) 0 (শূন্য)

γ

24. The value of $2\cot^{-1}\frac{1}{2}-\cot^{-1}\frac{4}{3}$ is

(A) $-\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{3\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

$2\cot^{-1}\frac{1}{2}-\cot^{-1}\frac{4}{3}$ -র মান হল

(A) $-\frac{\pi}{8}$ (B) $\frac{3\pi}{2}$ (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

25. If the point $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$, for $\theta \in (0, 2\pi)$ lies in the region between the lines $x+y=2$ and $x-y=2$ containing the origin, then θ lies in

(A) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ (B) $[0,\pi]$ (C) $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

$x+y=2$ এবং $x-y=2$ সরলরেখাদ্বয় দ্বারা সীমাবদ্ধ যে অঞ্চলে মূল বিন্দু থাকে, সেই অঞ্চলে যদি $(2\cos\theta, 2\sin\theta)$ বিন্দুটি থাকে $(0 < \theta < 2\pi)$ তবে θ নিম্নলিখিত কোন সেট -এ থাকবে?

(A) $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)\cup\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$ (B) $[0,\pi]$ (C) $\left(\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$

26. Number of points having distance $\sqrt{5}$ from the straight line $x-2y+1=0$ and a distance $\sqrt{13}$ from the line $2x+3y-1=0$ is

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

$x-2y+1=0$ সরলরেখা থেকে $\sqrt{5}$ দূরত্বে এবং $2x+3y-1=0$ সরলরেখা থেকে $\sqrt{13}$ দূরত্বে অবস্থিত বিন্দুর সংখ্যা হল

(A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 5

27. Let a, b, c, d be any four real numbers. Then $a^n + b^n = c^n + d^n$ holds for any natural number n if

(A) $a + b = c + d$ (B) $a - b = c - d$
(C) $a + b = c + d,\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ (D) $a - b = c - d,\ a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

a, b, c, d চারটি বাস্তব সংখ্যা। $a^n + b^n = c^n + d^n$ যে কোন স্বাভাবিক সংখ্যা n -এর জন্য প্রযোজ্য হবে যদি

(A) $a + b = c + d$ (B) $a - b = c - d$
(C) $a + b = c + d,\ a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ (D) $a - b = c - d,\ a^2 - b^2 = c^2 - d^2$

28. If α, β are the roots of $x^2 - px + 1 = 0$ and γ is a root of $x^2 + px + 1 = 0$, then $(\alpha + \gamma)(\beta + \gamma)$ is

(A) 0 (zero) (B) 1 (C) - 1 (D) p

যদি α, β $x^2 - px + 1 = 0$ সমীকরণের বীজদ্বয় হয় এবং $x^2 + px + 1 = 0$ সমীকরণের γ একটি বীজ হয় তবে $(\alpha + \gamma)(\beta + \gamma)$ -এর মান হবে

(A) 0 (শূন্য) (B) 1 (C) - 1 (D) p

29. Number of irrational terms in the binomial expansion of $(3^{1/5} + 7^{1/3})^{100}$ is

(A) 90 (B) 88 (C) 93 (D) 95

$(3^{1/5} + 7^{1/3})^{100}$ -এর বিস্তৃতিতে অমূলদ রাশির সংখ্যা হবে

(A) 90 (B) 88 (C) 93 (D) 95

30. The quadratic expression $(2x + 1)^2 - px + q \neq 0$ for any real x if

(A) $p^2 - 16p - 8q < 0$ (B) $p^2 - 8p + 16q < 0$
(C) $p^2 - 8p - 16q < 0$ (D) $p^2 - 16p + 8q < 0$

$(2x + 1)^2 - px + q$ দ্বিঘাত রাশিটি x -এর কোন বাস্তব মানের জন্য কখনোই শূন্য হবে না যদি

(A) $p^2 - 16p - 8q < 0$ (B) $p^2 - 8p + 16q < 0$
(C) $p^2 - 8p - 16q < 0$ (D) $p^2 - 16p + 8q < 0$

31. Let $f: R \rightarrow R$ be defined as $f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+4}$. Then the range of the function $f(x)$ is

(A) $\left[\frac{3}{5},\frac{5}{3}\right]$ (B) $\left(\frac{3}{5},\frac{5}{3}\right)$

(C) $\left(-\infty,\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{5}{3},\infty\right)$ (D) $\left[-\frac{5}{3},-\frac{3}{5}\right]$

যদি $f: R \rightarrow R$ হয় এবং $f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x^2+x+4}$ হয় তবে $f(x)$ -এর প্রসার (Range) হবে

(A) $\left[\frac{3}{5},\frac{5}{3}\right]$ (B) $\left(\frac{3}{5},\frac{5}{3}\right)$

(C) $\left(-\infty,\frac{3}{5}\right)\cup\left(\frac{5}{3},\infty\right)$ (D) $\left[-\frac{5}{3},-\frac{3}{5}\right]$

32. The least value of $2x^2+y^2+2xy+2x-3y+8$ for real numbers x and y is

(A) 2 (B) 8 (C) 3 (D) 1

x এবং y বাস্তব হলে $2x^2+y^2+2xy+2x-3y+8$ -এর লঘিষ্ঠ (least) মান হবে

(A) 2 (B) 8 (C) 3 (D) 1

33. Let $f : [-2, 2] \rightarrow R$ be a continuous function such that $f(x)$ assumes only irrational values. If $f(\sqrt{2})=\sqrt{2}$, then

(A) $f(0) = 0$ (B) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}-1$

(C) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}+1$ (D) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}$

$f : [-2, 2] \rightarrow R$ একটি সন্তত অপেক্ষক এবং $f(x)$ সর্বদাই অমূলদ। যদি $f(\sqrt{2})=\sqrt{2}$ হয় তবে

(A) $f(0) = 0$ (B) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}-1$

(C) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}+1$ (D) $f(\sqrt{2}-1)=\sqrt{2}$

34. The minimum value of $\cos\theta + \sin\theta + \dfrac{2}{\sin 2\theta}$ for $\theta \in (0, \pi/2)$ is

(A) $2+\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $1+\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

যদি $\theta \in (0, \pi/2)$ হয় তবে $\cos\theta + \sin\theta + \dfrac{2}{\sin 2\theta}$ -র লঘিষ্ঠ (minimum) মান হবে

(A) $2+\sqrt{2}$ (B) 2 (C) $1+\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

35. The value of $\left(\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i}\right)^{64} + \left(\frac{1-\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i}\right)^{64}$ is

(A) 0 (zero)
(B) -1
(C) 1
(D) i

$\left(\frac{1+\sqrt{3}\,i}{1-\sqrt{3}\,i}\right)^{64} + \left(\frac{1-\sqrt{3}\,i}{1+\sqrt{3}\,i}\right)^{64}$ -এর মান হল

(A) 0 (শূন্য)
(B) -1
(C) 1
(D) i

36. Find the maximum value of $|z|$ when $\left|z-\frac{3}{z}\right|=2$, z being a complex number.

(A) $1+\sqrt{3}$
(B) 3
(C) $1+\sqrt{2}$
(D) 1

z একটি জটিল রাশি এবং $\left|z-\frac{3}{z}\right|=2$ হলে $|z|$ -এর সর্বোচ্চ মান হল

(A) $1+\sqrt{3}$
(B) 3
(C) $1+\sqrt{2}$
(D) 1

37. Given that x is a real number satisfying $\frac{5x^2-26x+5}{3x^2-10x+3}<0$, then

(A) $x < \frac{1}{5}$
(B) $\frac{1}{5}<x<3$
(C) $x > 5$
(D) $\frac{1}{5}<x<\frac{1}{3}$ or $3<x<5$

x বাস্তব এবং $\frac{5x^2-26x+5}{3x^2-10x+3}<0$ হলে

(A) $x < \frac{1}{5}$
(B) $\frac{1}{5}<x<3$
(C) $x > 5$
(D) $\frac{1}{5}<x<\frac{1}{3}$ অথবা $3<x<5$

38. Let

$$x_n = \left(1-\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)^2\left(1-\frac{1}{10}\right)^2 \cdots\cdots\cdots \left(1-\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}\right)^2, n \geq 2.$$

Then the value of $\lim_{n\to\infty} x_n$ is

(A) 1/3 (B) 1/9 (C) 1/81 (D) 0 (zero)

যদি

$$x_n = \left(1-\frac{1}{3}\right)^2\left(1-\frac{1}{6}\right)^2\left(1-\frac{1}{10}\right)^2 \cdots\cdots\cdots \left(1-\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}\right)^2$$

এবং $n \geq 2$ হয় তবে $\lim_{n\to\infty} x_n =$

(A) 1/3 (B) 1/9 (C) 1/81 (D) 0 (শূন্য)

39. The variance of first 20 natural numbers is

(A) 133/4 (B) 279/12 (C) 133/2 (D) 399/4

প্রথম 20 টি স্বাভাবিক সংখ্যার ভেদমান(variance) হবে

(A) 133/4 (B) 279/12 (C) 133/2 (D) 399/4

40. A fair coin is tossed a fixed number of times. If the probability of getting exactly 3 heads equals the probability of getting exactly 5 heads, then the probability of getting exactly one head is

(A) 1/64 (B) 1/32 (C) 1/16 (D) 1/8

একটি ঝোঁকশূন্য মুদ্রাকে নির্দিষ্ট বার টস করা হয়। যদি ঠিক তিন বার হেড(head) আসার সম্ভাবনা (probability) ঠিক পাঁচ বার হেড আসার সম্ভাবনার সমান হয় তবে ঠিক একবার হেড আসার সম্ভাবনা হবে

(A) 1/64 (B) 1/32 (C) 1/16 (D) 1/8

41. If the letters of the word PROBABILITY are written down at random in a row, the probability that two B-s are together is

(A) 2/11 (B) 10/11 (C) 3/11 (D) 6/11

যদি PROBABILITY শব্দের অক্ষর গুলির এক সারিতে যদৃচ্ছ বিন্যাস করা হয় তবে দুটি B একত্রে থাকার সম্ভাবনা হবে

(A) 2/11 (B) 10/11 (C) 3/11 (D) 6/11

42. The least positive value of t so that the lines $x = t + \alpha$, $y + 16 = 0$ and $y = \alpha x$ are concurrent is

(A) 2 (B) 4 (C) 16 (D) 8

$x = t + \alpha$, $y + 16 = 0$ এবং $y = \alpha x$ সরলরেখাত্রয় সমবিন্দুগামী হলে t -এর সর্বনিম্ন ধনাত্মক মান হবে

(A) 2 (B) 4 (C) 16 (D) 8

43. If in a triangle ΔABC, $a^2\cos^2 A - b^2 - c^2 = 0$, then

(A) $\frac{\pi}{4} < A < \frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ (C) $A = \frac{\pi}{2}$ (D) $A < \frac{\pi}{4}$

একটি ত্রিভুজ ΔABC -তে $a^2\cos^2 A - b^2 - c^2 = 0$ হলে

(A) $\frac{\pi}{4} < A < \frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{2} < A < \pi$ (C) $A = \frac{\pi}{2}$ (D) $A < \frac{\pi}{4}$

44. $\{x \in R : |\cos x| \geq \sin x\} \cap \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] =$

(A) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(C) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ (D) $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$

$\{x \in R : |\cos x| \geq \sin x\} \cap \left[0, \frac{3\pi}{2}\right] =$

(A) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$

(C) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right]$ (D) $\left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$

45. The number of distinct real roots of

$$\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \\ \cos x & \sin x & \cos x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0 \text{ in the interval } -\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4} \text{ is}$$

(A) 0 (zero) (B) 2 (C) 1 (D) >2

$-\frac{\pi}{4} \le x \le \frac{\pi}{4}$ অভ্যন্তরে

$$\begin{vmatrix} \sin x & \cos x & \cos x \\ \cos x & \sin x & \cos x \\ \cos x & \cos x & \sin x \end{vmatrix} = 0$$

সমীকরণের বাস্তব পৃথক বীজের সংখ্যা হবে

(A) 0 (শূন্য) (B) 2 (C) 1 (D) >2

46. Let $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{15}$ be 15 distinct numbers chosen from 1, 2, 3, ..., 15. Then the value of $(x_1 - 1)(x_2 - 1)(x_3 - 1) \ldots\ldots(x_{15} - 1)$ is

(A) always ≤ 0 (B) 0 (zero) (C) always even (D) always odd

$x_1, x_2, \ldots\ldots, x_{15}$ হল 15 টি ভিন্ন সংখ্যা যাদের 1, 2, 3, ..., 15 থেকে নেওয়া হয়েছে। তা হলে $(x_1 - 1)(x_2 - 1)(x_3 - 1) \ldots\ldots(x_{15} - 1)$ -র মান হবে

(A) সর্বদাই ≤ 0 (B) 0 (শূন্য) (C) সর্বদাই জোড় সংখ্যা (D) সর্বদাই বিজোড় সংখ্যা

47. Let $[x]$ denote the greatest integer less than or equal to x Then the value of α for which the function $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin[-x^2]}{[-x^2]}, & x \ne 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x = 0$ is

(A) $\alpha = 0$ (B) $\alpha = \sin(-1)$ (C) $\alpha = \sin(1)$ (D) $\alpha = 1$

$[x]$ হল x অপেক্ষা ছোট বা সমান সর্ববৃহৎ পূর্ণ সংখ্যা।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin[-x^2]}{[-x^2]}, & x \ne 0 \\ \alpha, & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ বিন্দুতে সন্তত হবে যদি $\alpha =$

(A) $\alpha = 0$ (B) $\alpha = \sin(-1)$ (C) $\alpha = \sin(1)$ (D) $\alpha = 1$

γ

48. A particle starts moving from rest from a fixed point in a fixed direction. The distance s from the fixed point at a time t is given by $s = t^2 + at - b + 17$, where a, b are real numbers. If the particle comes to rest after 5 sec at a distance of s = 25 units from the fixed point, then values of a and b are respectively

(A) 10, -33 (B) - 10, -33 (C) - 8, 33 (D) -10,33

একটি কণা একটি নির্দিষ্ট বিন্দুতে স্থিতাবস্থা থেকে একটি নির্দিষ্ট দিকে যাত্রা শুরু করে। কণাটির t সময়ে ওই নির্দিষ্ট বিন্দু থেকে দূরত্ব s এবং $s = t^2 + at - b + 17$; a, b বাস্তব সংখ্যা। কণাটি যদি আবার স্থিতাবস্থায় আসে 5 sec পরে s = 25 একক দূরত্বে (প্রারম্ভিক বিন্দু থেকে) তবে a এবং b -র মান হল যথাক্রমে হল

(A) 10, -33 (B) - 10, -33 (C) - 8, 33 (D) -10,33

49.
$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+.....+\sqrt{n-1}}{n\sqrt{n}}=$$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 0(zero)

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sqrt{1}+\sqrt{2}+.....+\sqrt{n-1}}{n\sqrt{n}}=$$

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) 0 (শূন্য)

50. If $\lim_{x\to 0}\frac{axe^x - b\log(1+x)}{x^2} = 3$ then the values of a, b are respectively

(A) 2, 2 (B)1, 2 (C) 2, 1 (D) 2, 0

যদি $\lim_{x\to 0}\frac{axe^x - b\log(1+x)}{x^2} = 3$ হয় তবে a এবং b -র মান হবে যথাক্রমে

(A) 2, 2 (B)1, 2 (C) 2, 1 (D) 2, 0

51. Area of the region bounded by $y = |x|$ and $y = -|x| + 2$ is

(A) 4 sq. units (B) 3 sq. units (C) 2 sq. units (D) 1 sq. units

$y = |x|$ এবং $y = -|x| + 2$ দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হল

(A) 4 বর্গ একক (B) 3 বর্গ একক (C) 2 বর্গ একক (D) 1 বর্গ একক

52. Let $d(n)$ denote the number of divisors of n including 1 and itself. Then $d(225)$, $d(1125)$ and $d(640)$ are

(A) in AP (B) in HP
(C) in GP (D) consecutive integers

$d(n)$ হল n-এর উৎপাদকের সংখ্যা (1 এবং n সমেত)। তবে $d(225)$, $d(1125)$ এবং $d(640)$ সংখ্যাগুলি

(A) সমান্তর প্রগতিতে থাকবে (B) বিপরীত প্রগতিতে থাকবে
(C) গুণোত্তর প্রগতিতে থাকবে (D) পরস্পর ক্রমিক হবে

53. The trigonometric equation $\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} 2a$ has a real solution if

(A) $|a| > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{2}} < |a| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $|a| > \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (D) $|a| \le \frac{1}{2\sqrt{2}}$

$\sin^{-1} x = 2\sin^{-1} 2a$ সমীকরণের বাস্তব বীজ থাকবে যদি

(A) $|a| > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (B) $\frac{1}{2\sqrt{2}} < |a| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ (C) $|a| > \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (D) $|a| \le \frac{1}{2\sqrt{2}}$

54. If $2 + i$ and $\sqrt{5} - 2i$ are the roots of the equation $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$, where a, b, c, d are real constants, then product of all roots of the equation is

(A) 40 (B) $9\sqrt{5}$ (C) 45 (D) 35

$(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) = 0$ সমীকরণে a, b, c, d বাস্তব ধ্রুবক। যদি এই সমীকরণে $2 + i$, $\sqrt{5} - 2i$ দুটি বীজ হয়, তবে ঐ সমীকরণের সমুদয় বীজগুলির গুণফল হবে

(A) 40 (B) $9\sqrt{5}$ (C) 45 (D) 35

55. Let $P(x)$ be a polynomial, which when divided by $x - 3$ and $x - 5$ leaves remainders 10 and 6 respectively. If the polynomial is divided by $(x-3)(x-5)$ then the remainder is

(A) $-2x + 16$ (B) 16 (C) $2x - 16$ (D) 60

$P(x)$ একটি বহুপদ রাশি (polynomial) যাকে $x - 3$ এবং $x - 5$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ যথাক্রমে 10 এবং 6 হয়। $P(x)$ -কে $(x-3)(x-5)$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগশেষ হবে

(A) $-2x + 16$ (B) 16 (C) $2x - 16$ (D) 60

56. The integrating factor of the differential equation

$$\frac{dy}{dx}+(3x^2\tan^{-1}y-x^3)(1+y^2)=0 \text{ is}$$

(A) e^{x^2} (B) e^{x^3} (C) e^{3x^2} (D) e^{3x^3}

$$\frac{dy}{dx}+(3x^2\tan^{-1}y-x^3)(1+y^2)=0$$

অন্তরকল সমীকরণের সমাকল গুণক (integrating factor) হবে

(A) e^{x^2} (B) e^{x^3} (C) e^{3x^2} (D) e^{3x^3}

57. If y = $e^{-x}\cos 2x$ then which of the following differential equations is satisfied?

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+5y=0$ (B) $\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+2y=0$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}-2y=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}-5y=0$

y = $e^{-x}\cos 2x$ নীচের কোন্ সমীকরণকে সিদ্ধ করে ?

(A) $\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}+5y=0$ (B) $\frac{d^2y}{dx^2}+5\frac{dy}{dx}+2y=0$

(C) $\frac{d^2y}{dx^2}-5\frac{dy}{dx}-2y=0$ (D) $\frac{d^2y}{dx^2}+2\frac{dy}{dx}-5y=0$

58. Let $f(x)$ denote the fractional part of a real number x. Then the value of

$$\int_0^{\sqrt{3}} f(x^2)dx \text{ is}$$

(A) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}-1$ (B) 0 (zero) (C) $\sqrt{2}-\sqrt{3}+1$ (D) $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$

যদি $f(x)$ একটি বাস্তব x -এর অংশক (fractional part) হয় তবে

$$\int_0^{\sqrt{3}} f(x^2)dx =$$

(A) $2\sqrt{3}-\sqrt{2}-1$ (B) 0 (শূন্য) (C) $\sqrt{2}-\sqrt{3}+1$ (D) $\sqrt{3}-\sqrt{2}+1$

59. Let $S = \{(a,b,c) \in N \times N \times N : a + b + c = 21, a \le b \le c\}$ and $T = \{(a,b,c) \in N \times N \times N : a, b, c \text{ are in } A.P.\}$, where N is the set of all natural numbers. Then the number of elements in the set $S \cap T$ is

(A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 14

$S = \{(a,b,c) \in N \times N \times N : a + b + c = 21, a \le b \le c\}$ এবং $T = \{(a,b,c) \in N \times N \times N : a, b, c$ সমান্তর প্রগতিতে আছে$\}$ (N এখানে সব স্বাভাবিক সংখ্যার সেট)। তবে $S \cap T$ সেটের পদের সংখ্যা হবে

(A) 6 (B) 7 (C) 13 (D) 14

60. Let $y = e^{x^2}$ and $y = e^{x^2} \sin x$ be two given curves. Then the angle between the tangents to the curves at any point of their intersection is

(A) 0 (zero) (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

$y = e^{x^2}$ এবং $y = e^{x^2} \sin x$ বক্ররেখা দুটির যে কোন ছেদ বিন্দুতে তাদের স্পর্শকদ্বয়ের অন্তর্গত কোণ হবে

(A) 0 (শূন্য) (B) π (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$

Category II (Q61 to Q70)

Each question has one correct option and carries 2 marks, for each wrong answer 1/2 mark will be deducted.

প্রতিটি প্রশ্নের একটি উত্তর সঠিক এবং প্রাপ্য নম্বর **2,** ভুল উত্তরের জন্য **1/2** নম্বর কাটা যাবে।

61. A person goes to office by car or scooter or bus or train, probability of which are 1/7, 3/7, 2/7 and 1/7 respectively. Probability that he reaches office late, if he takes car, scooter, bus or train is 2/9, 1/9, 4/9 and 1/9 respectively. Given that he reached office in time, the probability that he travelled by a car is

(A) 1/7 (B) 2/7 (C) 3/7 (D) 4/7

এক ব্যক্তির গাড়ি স্কুটার, বাস, বা ট্রেনে অফিসে যাবার সম্ভাবনা (Probability) যথাক্রমে 1/7, 3/7, 2/7 এবং 1/7। ব্যক্তিটির অফিসে দেরীতে পৌঁছানোর সম্ভাবনা গাড়িতে গেলে 2/9, স্কুটারে গেলে 1/9, বাসে গেলে 4/9 এবং ট্রেনে গেলে 1/9। কোনও দিন ব্যক্তিটি ঠিক সময়ে অফিসে পৌঁছালে সেদিন তার গাড়িতে যাওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) 1/7 (B) 2/7 (C) 3/7 (D) 4/7

62. The value of $\int \frac{(x-2)dx}{\left\{(x-2)^2(x+3)^7\right\}^{1/3}}$ is

(A) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{4/3}+c$ (B) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{3/4}+c$

(C) $\frac{5}{12}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{4/3}+c$ (D) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{5/3}+c$

$\int \frac{(x-2)dx}{\left\{(x-2)^2(x+3)^7\right\}^{1/3}}$ -এর মান হল

(A) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{4/3}+c$ (B) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{3/4}+c$

(C) $\frac{5}{12}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{4/3}+c$ (D) $\frac{3}{20}\left(\frac{x-2}{x+3}\right)^{5/3}+c$

63. In a triangle ABC, $\angle C = 90^0$, r and R are the in-radius and circum-radius of the triangle ABC respectively, then $2(r + R)$ is equal to

(A) $b + c$ (B) $c + a$ (C) $a + b$ (D) $a + b + c$

ABC ত্রিভুজে $\angle C = 90^0$, r অন্তর্ব্যাসার্ধ এবং R পরিব্যাসার্ধ হলে $2(r + R) =$

(A) $b + c$ (B) $c + a$ (C) $a + b$ (D) $a + b + c$

64. Let α, β be two distinct roots of $a\cos\theta + b\sin\theta = c$, where a, b and c are three real constants and $\theta \in [0, 2\pi]$. Then $\alpha + \beta$ is also a root of the same equation if

(A) $a + b = c$ (B) $b + c = a$ (C) $c + a = b$ (D) $c = a$

α, β হল $a\cos\theta + b\sin\theta = c$ সমীকরণের দুটি ভিন্ন বীজ,যেখানে a, b, c তিনটি বাস্তব সংখ্যা এবং $\theta \in [0, 2\pi]$। সেক্ষেত্রে $\alpha + \beta$ ঐ সমীকরণের আরেকটি বীজ হবে যদি

(A) $a + b = c$ (B) $b + c = a$ (C) $c + a = b$ (D) $c = a$

65. For a matrix

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, if U_1, U_2 and U_3 are 3×1 column matrices satisfying

$AU_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, AU_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, AU_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ and U is 3×3 matrix whose columns are U_1, U_2 and U_3.

Then sum of the elements of U^{-1} is

(A) 6 (B) 0 (zero) (C) 1 (D) 2/3

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; U_1, U_2 এবং U_3 হল 3 x 1 ক্রমের ম্যাট্রিক্স যেখানে

$AU_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, AU_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, AU_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ এবং U হল 3×3 ক্রমের একটি ম্যাট্রিক্স যার স্তম্ভ (column) গুলি হল U_1, U_2 এবং U_3। তবে U^{-1}-এর পদ গুলির (elements) যোগফল হল

(A) 6 (B) 0(শূন্য) (C) 1 (D) 2/3

66. Let $f:R\to R$ be differentiable at $x=0$. If $f(0)=0$ and $f'(0)=2$, then the value of $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}[f(x)+f(2x)+f(3x)+......+f(2015x)]$ is

(A) 2015

(B) 0 (zero)

(C) 2015×2016

(D) 2015×2014

$f:R\to R$ যদি $x=0$ বিন্দুতে অবকলন যোগ্য (differentiable) হয় এবং $f(0)=0, f'(0)=2$ হলে $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}[f(x)+f(2x)+f(3x)+......+f(2015x)]$ =

(A) 2015

(B) 0(শূন্য)

(C) 2015×2016

(D) 2015×2014

67. If x and y are digits such that 17! = 3556xy428096000, then $x + y$ equals

(A) 15 (B) 6 (C) 12 (D) 13

17! = 3556xy428096000 সংখ্যাটিতে x এবং y দুটি অংক হলে $x + y$ =

(A) 15 (B) 6 (C) 12 (D) 13

68. Let $f: N \rightarrow R$ be such that $f(1) = 1$ and $f(1) + 2f(2) + 3f(3) + \ldots\ldots + nf(n) = n(n+1)f(n)$, for all $n \in N$, $n \geq 2$, where N is the set of natural numbers and R is the set of real numbers. Then the value of $f(500)$ is

(A) 1000 (B) 500 (C) 1/500 (D) 1/1000

$f: N \rightarrow R$ অপেক্ষকটি এরূপ যে $f(1) = 1$ এবং
$f(1) + 2f(2) + 3f(3) + \ldots\ldots + nf(n) = n(n+1)f(n), n \in N, n \geq 2,$
(N = স্বাভাবিক সংখ্যার সেট ; R = বাস্তব সংখ্যার সেট) তবে $f(500)$ -এর মান হবে =

(A) 1000 (B) 500 (C) 1/500 (D) 1/1000

69. If 5 distinct balls are placed at random into 5 cells, then the probability that exactly one cell remains empty is

(A) 48/125 (B) 12/125 (C) 8/125 (D) 1/125

5 টি ভিন্ন বলকে 5 টি বাক্সে রাখতে গেলে ঠিক একটি বাক্স খালি থাকার সম্ভাবনা (probability) হল

(A) 48/125 (B) 12/125 (C) 8/125 (D) 1/125

70. A survey of people in a given region showed that 20% were smokers. The probability of death due to lung cancer, given that a person smoked, was 10 times the probability of death due to lung cancer, given that a person did not smoke. If the probability of death due to lung cancer in the region is 0.006, what is the probability of death due to lung cancer given that a person is a smoker?

(A) 1/140 (B) 1/70 (C) 3/140 (D) 1/10

একটি শহরে 20% ব্যক্তি ধূমপায়ী। কোনও ব্যক্তি ধূমপান করলে ফুসফুস ক্যান্সারে মৃত্যুর সম্ভাবনা (probability) ধূমপান না করলেও ফুসফুস ক্যান্সারে মৃত্যুর সম্ভাবনা অপেক্ষা 10 বেশি। ঐ শহরে ফুসফুস ক্যান্সারে মৃত্যুর সম্ভাবনা 0.006 হলে, কোন ধূমপায়ী ব্যক্তির ফুসফুস ক্যান্সারে মৃত্যুর সম্ভাবনা হল

(A) 1/140 (B) 1/70 (C) 3/140 (D) 1/10

Category III (Q71 to Q80)

Each question has one or more correct option(s), choosing which will fetch maximum 2 marks on pro rata basis. However, choice of any wrong option(s) will fetch zero mark for the question.

প্রতিটি প্রশ্নের এক বা একাধিক উত্তর সঠিক, যেটি / যেগুলি বাছাই করলে আনুপাতিক হারে সর্বোচ্চ প্রাপ্য নম্বর হবে 2 ; কিন্তু একটিও ভুল উত্তর বাছলে প্রাপ্য নম্বর হবে শূন্য।

71. If $\cos x$ and $\sin x$ are solutions of the differential equation

$$a_0\frac{d^2y}{dx^2}+a_1\frac{dy}{dx}+a_2y=0,$$

where a_0, a_1, a_2 are real constants then which of the followings is/are always true?

(A) $A\ \cos x\ +\ B\ \sin x$ is a solution, where A and B are real constants.

(B) $A\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ is a solution, where A is real constant.

(C) $A\cos x\sin x$ is a solution, where A is real constant.

(D) $A\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+B\ \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ is a solution, where A and B are real constants.

যদি $\cos x$ এবং $\sin x$

$$a_0\frac{d^2y}{dx^2}+a_1\frac{dy}{dx}+a_2y=0,$$

অন্তরকল সমীকরণের দুটি সমাধান হয় (a_0, a_1, a_2 বাস্তব ধ্রুবক) তবে নীচের কোন্‌টি / কোন্‌গুলি সর্বদাই সত্য?

(A) A এবং B বাস্তব ধ্রুবক হলে $A\ \cos x\ +\ B\ \sin x$ একটি সমাধান

(B) A বাস্তব ধ্রুবক হলে $A\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$ একটি সমাধান

(C) A বাস্তব ধ্রুবক হলে $A\cos x\sin x$ একটি সমাধান

(D) A এবং B বাস্তব ধ্রুবক হলে $A\ \cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+B\ \sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)$ একটি সমাধান

72. Which of the following statements is/are correct for $0<\theta<\frac{\pi}{2}$?

(A) $(\cos\theta)^{1/2}\le\cos\frac{\theta}{2}$

(B) $(\cos\theta)^{3/4}\ge\cos\frac{3\theta}{4}$

(C) $\cos\frac{5\theta}{6}\ge(\cos\theta)^{5/6}$

(D) $\cos\frac{7\theta}{8}\le(\cos\theta)^{7/8}$

যদি $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ হয়, তাহলে নিম্নলিখিত উক্তিগুলির মধ্যে কোন্‌গুলি সঠিক?

(A) $(\cos\theta)^{1/2}\le\cos\frac{\theta}{2}$

(B) $(\cos\theta)^{3/4}\ge\cos\frac{3\theta}{4}$

(C) $\cos\frac{5\theta}{6}\ge(\cos\theta)^{5/6}$

(D) $\cos\frac{7\theta}{8}\le(\cos\theta)^{7/8}$

73. Which of the following is/are always false?

(A) A quadratic equation with rational coefficients has zero or two irrational roots

(B) A quadratic equation with real coefficients has zero or two non-real roots

(C) A quadratic equation with irrational coefficients has zero or two rational roots

(D) A quadratic equation with integer coefficients has zero or two irrational roots

নীচের কোন্‌টি / কোন্‌গুলি সর্বদাই অসত্য?

(A) মূলদ সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের অমূলদ বীজের সংখ্যা শূন্য অথবা দুই

(B) বাস্তব সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের অবাস্তব বীজের সংখ্যা শূন্য অথবা দুই

(C) অমূলদ সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের মূলদ বীজের সংখ্যা শূন্য অথবা দুই

(D) পূর্ণ সংখ্যা সহগ বিশিষ্ট একটি দ্বিঘাত সমীকরণের অমূলদ বীজের সংখ্যা শূন্য অথবা দুই

74. If the straight line $(a-1)x - by + 4 = 0$ is normal to the hyperbola $xy = 1$ then which of the followings does not hold?

(A) $a > 1, b > 0$ (B) $a > 1, b < 0$ (C) $a < 1, b < 0$ (D) $a < 1, b > 0$

$(a-1)x - by + 4 = 0$ সরলরেখাটি $xy = 1$ পরাবৃত্তের অভিলম্ব হলে নীচের কোন্‌টি / কোন্‌গুলি হওয়া সম্ভব নয়?

(A) $a > 1, b > 0$ (B) $a > 1, b < 0$ (C) $a < 1, b < 0$ (D) $a < 1, b > 0$

75. Let f be any continuously differentiable function on $[a, b]$ and twice differentiable on (a,b) such that $f(a) = f'(a) = 0$ and $f(b) = 0$. Then

(A) $f''(a) = 0$

(B) $f'(x) = 0$ for some $x \in (a,b)$

(C) $f''(x) = 0$ for some $x \in (a,b)$

(D) $f'''(x) = 0$ for some $x \in (a,b)$

যদি $f(x)$ $[a, b]$ বিস্তারে সন্তত এবং অবকলনযোগ্য হয়, (a,b) বিস্তারে দুবার অবকলনযোগ্য হয় এবং $f(a) = f'(a) = 0$, $f(b) = 0$ হয় তবে

(A) $f''(a) = 0$

(B) (a,b) বিস্তারে কোন x -এর জন্য $f'(x) = 0$

(C) (a,b) বিস্তারে কোন x -এর জন্য $f''(x) = 0$

(D) (a,b) বিস্তারে কোন x -এর জন্য $f'''(x) = 0$

76. A relation ρ on the set of real number R is defined as follows :
$x \rho y$ if and only if $xy > 0$. Then which of the followings is/are true ?

(A) ρ is reflexive and symmetric

(B) ρ is symmetric but not reflexive

(C) ρ is symmetric and transitive

(D) ρ is an equivalence relation

বাস্তব রাশির সেট R -এর উপর ρ এমন একটি সম্বন্ধ যেখানে $x \rho y$ যদি এবং কেবলমাত্র যদি $xy > 0$ হয়। তবে নীচের কোন্‌টি বা কোন্‌গুলি সত্য?

(A) ρ স্বসম এবং প্রতিসম (symmetric)

(B) ρ প্রতিসম কিন্তু স্বসম নয়

(C) ρ প্রতিসম এবং সংক্রমণ

(D) ρ সমতুল্যতা সম্বন্ধ

77. Suppose a machine produces metal parts that contain some defective parts with probability 0.05. How many parts should be produced in order that the probability of at least one part being defective is 1/2 or more? (Given $\log_{10}95 = 1.977$ and $\log_{10}2 = 0.3$)

(A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 14

একটি মেশিন ধাতব যন্ত্রাংশ তৈরী করে। মেশিনটির এক বা একাধিক ত্রুটি পূর্ণ যন্ত্রাংশ তৈরী করার সম্ভাবনা (probability) হল 0.05। অন্তত পক্ষে একটি ত্রুটিপূর্ণ যন্ত্রাংশ পাওয়ার সম্ভাবনা 1/2 অথবা তার বেশি হতে গেলে কতগুলি যন্ত্রাংশ তৈরি করতে হবে (প্রদত্ত $\log_{10}95 = 1.977$ এবং $\log_{10}2 = 0.3$)

(A) 11 (B) 12 (C) 15 (D) 14

78. Let $f: R \to R$ be such that $f(2x-1) = f(x)$ for all $x \in R$. If f is continuous at $x = 1$ and $f(1) = 1$, then

(A) $f(2) = 1$

(B) $f(2) = 2$

(C) f is continuous only at $x = 1$

(D) f is continuous at all points

$f: R \to R$ অপেক্ষকটি এমন যে $x \in R$ -এর সব মানের জন্য $f(2x-1) = f(x)$। যদি f $x = 1$ -এ সন্তত এবং $f(1) = 1$ হয় তবে

(A) $f(2) = 1$

(B) $f(2) = 2$

(C) f কেবল $x = 1$ -এ সন্তত

(D) f সর্বত্র সন্তত

79. Let $16\,x^2 - 3y^2 - 32x - 12y = 44$ represent a hyperbola. Then

(A) length of the transverse axis is $2\sqrt{3}$
(B) length of each latus rectum is $32/\sqrt{3}$
(C) eccentricity is $\sqrt{19/3}$
(D) equation of a directrix is $x = \frac{\sqrt{19}}{3}$

ধরা যাক $16\,x^2 - 3y^2 - 32x - 12y = 44$ একটি পরাবৃত্ত নির্দেশ করে। তা হলে

(A) অনুপ্রস্থ অক্ষের দৈর্ঘ্য হবে $2\sqrt{3}$
(B) প্রত্যেক নাভিলম্বের দৈর্ঘ্য হবে $32/\sqrt{3}$
(C) উৎকেন্দ্রতা হবে $\sqrt{19/3}$
(D) নিয়ামকের সমীকরণ হবে $x = \frac{\sqrt{19}}{3}$

80. For the function $f(x) = \left[\frac{1}{[x]}\right]$, where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x, which of the following statements are true?

(A) The domain is $(-\infty, \infty)$
(B) The range is $\{0\} \cup \{-1\} \cup \{1\}$
(C) The domain is $(-\infty, 0) \cup [1, \infty)$
(D) The range is $\{0\} \cup \{1\}$

$f(x) = \left[\frac{1}{[x]}\right]$ অপেক্ষকটি (যেখানে $[x]$ গরিষ্ঠ অখণ্ড সংখ্যা $\leq x$ নির্দেশ করে) সম্বন্ধে নিম্নলিখিত কোন উক্তিগুলি সত্য?

(A) অপেক্ষকটির ক্ষেত্র হল $(-\infty, \infty)$
(B) অপেক্ষকটির বিস্তার হল $\{0\} \cup \{-1\} \cup \{1\}$
(C) অপেক্ষকটির ক্ষেত্র হল $(-\infty, 0) \cup [1, \infty)$
(D) অপেক্ষকটির বিস্তার হল $\{0\} \cup \{1\}$

END OF QUESTION PAPER

প্রশ্নপত্র সমাপ্ত

Space for Rough Work

M-2015

Subject: Mathematics

সময় : দুই ঘন্টা সর্বাধিক নম্বর: 100

নির্দেশাবলী

1. সমস্ত প্রশ্নই বস্তুধর্মী(objective)।
2. প্রশ্নমালাটিতে তিন প্রকারের(Category) প্রশ্ন আছে।
   প্রকার I : প্রশ্ন 1 থেকে প্রঃ 60 প্রতিটি প্রশ্নে 1 নম্বর আছে এবং এই প্রশ্নগুলির মাত্র একটি করে উত্তর সঠিক
   প্রকার II : প্রঃ 61 থেকে প্রঃ 70 প্রতিটি প্রশ্নে 2 নম্বর আছে এবং এই প্রশ্নগুলির মাত্র একটি করে উত্তর সঠিক
   প্রকার III : প্রঃ 71 থেকে প্রঃ 80 প্রতিটি প্রশ্নে 2 নম্বর আছে এবং এই প্রশ্নগুলির একাধিক উত্তর সঠিক হতে পারে
3. প্রকার I এবং প্রকার II -তে ভুল উত্তরের জন্য নম্বর কাটা যাবে। প্রকার I -এর প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য 1/4 নম্বর বাদ যাবে এবং প্রকার II -এর প্রতিটি ভুল উত্তরের জন্য 1/2 নম্বর বাদ যাবে।
4. প্রকার III -তে ভুল উত্তরের জন্য নম্বর কাটা যাবে না। সঠিক উত্তরসমূহের জন্য আনুপাতিক হারে সর্বাধিক 2 নম্বর দেওয়া হবে। কিন্তু কোন প্রশ্নে ভুল উত্তর দিলে যতোগুলি সঠিক উত্তরই করা হোক না কেন, ওই প্রশ্নে প্রাপ্ত নম্বর হবে শূন্য।
5. OMR পত্রে প্রতিটি প্রশ্নের নম্বরের ডানপাশে A, B, C, D চিহ্নিত ক্ষেত্রগুলিকে গাঢ় করে ওই প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।
6. প্রতিটি OMR উত্তরপত্র যন্ত্রে পাঠ করা হবে। যদি উত্তরপত্র ভাঁজ করা হয় বা তাতে অপ্রয়োজনীয় দাগ দেওয়া হয় অথবা সেটি অসম্পূর্ণ/অযথার্থ ভাবে লেখা হয় তবে উত্তরপত্র বাতিল করা হবে। সে জন্য একমাত্র পরিক্ষার্থীই দায়ী থাকবে।
7. কোন প্রশ্নের উত্তর না দিলে ওই প্রশ্নে শূন্য নম্বর দেওয়া হবে। প্রকার I বা II -তে কোন প্রশ্নের একাধিক উত্তর ভুল উত্তর বলে গণ্য হবে এবং নিয়মানুসারে পরিক্ষার্থীর নম্বর কাটা হবে।
8. শুধুমাত্র OMR পত্রের নির্দিষ্ট স্থানে নিজের ক্রমিক সংখ্যা(roll number), নাম এবং প্রশ্নপত্রের সংখ্যা(question booklet number) লিখবে।
9. উত্তর নির্দেশ করতে শুধুমাত্র কালো/নীল বল পয়েন্ট কলম দিয়ে চিহ্নিত ক্ষেত্রকে সম্পূর্ণভাবে ভরাট করবে।
10. মোবাইল ফোন, ক্যালকুলেটর, স্লাইডরুল, লগটেব্‌ল্‌, গণনাক্ষম ইলেকট্রনিক ঘড়ি, রেখাচিত্র, গ্রাফ বা কোন ধরণের তালিকা পরীক্ষা কক্ষে আনা যাবে না। আনলে সেটি বাজেয়াপ্ত হবে এবং পরীক্ষার্থীর ওই পরীক্ষা বাতিল করা হবে।
11. উত্তর কখনোই যথাস্থানে ভিন্ন অন্য কোথাও দেবে না।
12. প্রশ্নপত্রের শেষে রাফ কাজ করার জন্য ফাঁকা জায়গা দেওয়া আছে। অন্য কোন কাগজ এই কাজে ব্যবহার করবে না।
13. এই প্রশ্নপত্রটিতে মোট 32 টি পাতা আছে। পাতার সংখ্যায় কোন গরমিল আছে কি না দেখে নেবে।
14. পরীক্ষাকক্ষ ছাড়ার আগে OMR পত্র অবশ্যই পরিদর্শককে দিয়ে যাবে।